Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA

matematică
algebră
geometrie

clasa a VI-a

partea a II-a

ediția a XIII-a, revizuită



mate 2000 – consolidare

Editura Paralela45

Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul I. Mulțimea numerelor întregi

Unitatea: Mulțimea numerelor întregi. Reprezentare pe axa numerelor. Comparare și ordonare
1. Număr întreg. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi 7
2. Modulul unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi 12
3. Recapitulare și sistematizare prin teste 16
Test de autoevaluare 19

Unitatea: Operații cu numere întregi (1)
1. Adunarea numerelor întregi. Scăderea numerelor întregi 21
2. Proprietățile adunării numerelor întregi 25
3. Recapitulare și sistematizare prin teste 28
Test de autoevaluare 31

Unitatea: Operații cu numere întregi (2)
1. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietăți 33
2. Împărțirea numerelor întregi 38
3. Recapitulare și sistematizare prin teste 42
Test de autoevaluare 45

Unitatea: Operații cu numere întregi (3)
1. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Reguli de calcul cu puteri 47
2. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor 52
3. Recapitulare și sistematizare prin teste 55
Test de autoevaluare 59

Unitatea: Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor în mulțimea numerelor întregi
1. Ecuații în mulțimea numerelor întregi 61
2. Inecuații în mulțimea numerelor întregi 65
3. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor, respectiv inecuațiilor în contextul numerelor întregi 68
4. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană 71
5. Recapitulare și sistematizare prin teste 74
Test de autoevaluare 77
Probleme pentru pregătirea concursurilor școlare 79
AUTOEVALUARE 80

Capitolul. Mulțimea numerelor raționale

Unitatea: Mulțimea numerelor raționale. Reprezentare pe axa numerelor. Comparare și ordonare
1. Mulțimea numerelor raționale. Număr rațional 82
2. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul unui număr rațional. Modulul unui număr rațional. Compararea și ordonarea numerelor raționale 89
3. Recapitulare și sistematizare prin teste 95
Test de autoevaluare 99

Unitatea: Operații cu numere raționale
1. Adunarea și scăderea numerelor raționale. Proprietăți 101
2. Înmulțirea și împărțirea numerelor raționale. Proprietăți 106
3. Puterea cu exponent număr întreg a unui număr rațional nenul. Reguli de calcul cu puteri . 111
4. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor 116
5. Recapitulare și sistematizare prin teste 118
Test de autoevaluare 123

Editura Paralela 45

Unitatea: Ecuații de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ $(a \neq 0)$, $ax + b + c$, unde a, b, c sunt numere raționale. Proleme care se rezolvă folosind ecuații de acest tip
1. Ecuații de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ $(a \neq 0)$, $ax + b + c$, unde a, b, c sunt numere raționale ... 125
2. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor ... 129
3. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană ... 133
4. Recapitulare și sistematizare prin teste ... 137
Test de autoevaluare ... 141
Probleme pentru pregătirea concursurilor școlare ... 143
AUTOEVALUARE ... 144

GEOMETRIE

Capitolul. Triunghiul

Unitatea: Triunghiul
1. Triunghi. Definiție. Elemente. Clasificare. Perimetrul triunghiului ... 147
2. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior ... 151
3. Construcția triunghiurilor. Inegalități între elementele triunghiului ... 155
4. Linii importante în triunghi. Bisectoarele unghiurilor unui triunghi. Cercul înscris în triunghi ... 160
5. Linii importante în triunghi. Mediatoarele laturilor unui triunghi. Cercul circumscris unui triunghi ... 163
6. Linii importante în triunghi. Înălțimile unui triunghi. Ortocentrul unui triunghi ... 166
7. Linii importante în triunghi. Medianele unui triunghi. Centrul de greutate al unui triunghi ... 169
8. Recapitulare și sistematizare prin teste ... 173
Test de autoevaluare ... 177
Unitatea: Congruența triunghiurilor (1)
1. Congruența triunghiurilor oarecare ... 179
2. Criteriile (cazurile) de congruență a triunghiurilor ... 181
3. Metoda triunghiurilor congruente ... 184
4. Recapitulare și sistematizare prin teste ... 188
Test de autoevaluare ... 191
Unitatea: Congruența triunghiurilor (2)
1. Criteriile (cazurile) de congruență a triunghiurilor dreptunghice ... 193
2. Aplicații. Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment ... 196
3. Recapitulare și sistematizare prin teste ... 201
Test de autoevaluare ... 205
Unitatea: Triunghiuri particulare
1. Proprietățile triunghiului isoscel ... 207
2. Proprietățile triunghiului echilateral ... 211
3. Proprietățile triunghiului dreptunghic. ... 215
4. Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora ... 221
5. Recapitulare și sistematizare prin teste ... 225
Test de autoevaluare ... 229
Probleme pentru pregătirea concursurilor școlare ... 231
AUTOEVALUARE ... 232

RECAPITULARE FINALĂ

Teme recapitulare finală ... 233
Teste de evaluare finală ... 246

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI ... 251

Editura Paralela 45

Algebră

Capitolul
Mulțimea numerelor întregi

PP Competenţe specifice şi exemple de activităţi de învăţare

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar

1.3. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate

- *Identificarea unui număr întreg în situații practice sau interdisciplinare (de exemplu: temperaturi, altitudini, golaveraje, debit/credit)*
- *Reprezentarea pe axa numerelor a opusului unui număr întreg; modulul ca distanță pe axa numerelor de la origine la reprezentarea numărului*
- *Identificarea unor contexte practic-aplicative sau teoretice care folosesc ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi*

2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale

2.3. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor

- *Compararea numerelor întregi, pornind de la reprezentările acestora pe axa numerelor*
- *Ordonarea elementelor unei mulțimi finite de numere întregi*
- *Utilizarea regulilor specifice pentru efectuarea operațiilor cu numere întregi: adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere cu exponent natural*
- *Validarea (prin probă) a soluției unei ecuații sau a unei inecuații în mulțimea numerelor întregi*

3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice

3.3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi

- *Aplicarea unor proprietăți ale operațiilor cu numere întregi pentru optimizarea calculelor numerice*
- *Utilizarea regulilor de calcul cu puteri (calcule numerice)*
- *Utilizarea eficientă a metodelor de determinare a unei necunoscute dintr-o ecuație sau inecuație (metoda mersului invers, metoda balanței, transformări ale relațiilor de egalitate/inegalitate)*

4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, a concluziilor și a demersurilor de rezolvare pentru o situație dată

4.3. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi

- *Formularea unor răspunsuri logice în raport cu cerințe de calcul numeric (corelații intradisciplinare; de exemplu: apartenența rezultatului unui calcul la o mulțime, estimarea rezultatului, utilizarea lui 0 ca factor în produse de numere)*
- *Scrierea unei ecuații/inecuații echivalente cu o ecuație/inecuație dată*
- *Redactarea demersului de rezolvare a unor ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi (inclusiv verificarea soluțiilor)*

Editura Paralela 45

- *Transpunerea unei probleme într-o ecuație care se rezolvă în mulțimea numerelor întregi*
- *Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia* ($|x| = a$, $|x| < a$, $|x| \leq a$, *unde a și x sunt numere întregi)*

5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date

5.3. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi
- *Analizarea unor situații practice în care se utilizează numere întregi*
- *Analizarea unor consecințe posibile ce decurg din modificarea unui set de ipoteze în probleme referitoare la numere întregi*
- *Încadrarea soluției unei ecuații într-o mulțime de numere întregi, fără a efectua calcule*

6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

6.3. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului
- *Transpunerea unei situații date în limbaj matematic, utilizând ecuații sau inecuații*
- *Formularea de probleme cu numere întregi pe baza unei scheme date sau a unui exercițiu dat*
- *Formularea unor probleme echivalente cu o problemă dată în contextul numerelor întregi*

Editura Paralela 45

Unitatea: Mulţimea numerelor întregi. Reprezentare pe axa numerelor. Comparare şi ordonare

PE-PP 1. Număr întreg. Mulţimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi



La televizor sau la radio auziți zilnic „buletinul meteo”.

Temperaturile pot fi **pozitive**, **zero** sau **negative**.

+3°C se citește „plus 3 grade Celsius”

+28°C se citește „plus 28 de grade Celsius”

–5°C se citește „minus 5 grade Celsius”

–14°C se citește „minus 14 grade Celsius”

Temperaturile negative, zero sau pozitive se înregistrează cu ajutorul **termometrului**.



Dacă dorim să știm înălțimea unui munte sau reperele unei epave de pe fundul oceanului, înseamnă că dorim să știm **altitudinea**. Altitudinea se măsoară luând ca reper **nivelul mării**, care este considerat zero (0) metri.

Vârful unui deal sau înălțimea unui munte se exprimă **printr-un număr precedat de semnul** „+”, iar un punct de pe fundul unui ocean se exprimă **printr-un număr precedat de semnul** „–”.

În cadrul firmelor comerciale se folosesc noțiunile de **credit**, **debit** și **sold**.

Exemple:

a) În luna septembrie, o firmă a încasat 10000 lei pe marfa vândută (**creditul** este +10000 lei) și a cheltuit 5000 lei (**debitul** este –5000 lei). **Soldul** acestei luni este pozitiv, adică +5000 lei, deoarece s-a încasat mai mult cu 5000 lei decât s-a cheltuit.

b) În luna octombrie, o firmă a încasat 300000 lei (**creditul** este +300000 lei) și a cheltuit 400000 lei (**debitul** este –400000 lei). **Soldul** acestei luni este negativ, adică –100000 lei, deoarece s-a încasat mai puțin cu 100000 lei decât s-a cheltuit.

În exemplele date s-au întâlnit numere naturale precedate de semnul „+” sau de semnul „–”. Aceste numere sunt **numere întregi**.

Se numește **număr întreg** numărul natural 0 sau orice număr natural diferit de 0 precedat fie de semnul „+” (plus), fie de semnul „–” (minus).

Observaţii:

- Mulțimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$.
- Mulțimea $\{+1, +2, +3, \ldots\}$ este o submulțime a mulțimii numerelor întregi, se notează cu $\mathbb{Z}_+$ și se numește **mulțimea numerelor întregi pozitive**.

Editura Paralela 45

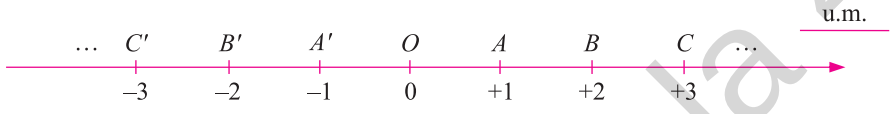
• Mulțimea $\{-1, -2, -3, \ldots\}$ este o submulțime a mulțimii numerelor întregi, se notează cu $\mathbb{Z}_-$ și se numește **mulțimea numerelor întregi negative**.

• Mulțimea numerelor întregi negative împreună cu mulțimea numerelor întregi pozitive și cu numărul natural 0 formează mulțimea numerelor întregi, adică, avem: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$ și notăm $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$.

• Mulțimea $\{0; +1; +2; +3; \ldots\}$ se numește **mulțimea numerelor întregi nenegative.**

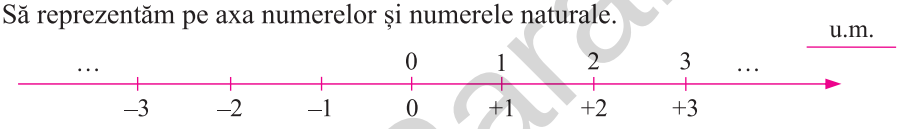
• Se numește **opusul unui număr întreg diferit de zero** acel număr întreg care se obține din numărul întreg considerat prin schimbarea semnului acestuia. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0. Opusul numărului întreg +2 este numărul întreg –2, iar opusul numărului întreg –5 este numărul întreg +5.

• Numerele întregi pot fi reprezentate pe axa numerelor. **Axa numerelor** este o dreaptă pe care am fixat: un punct numit **origine**, un **sens pozitiv** și o **unitate de măsură**.



Astfel, fiecărui număr întreg m, pe axa numerelor, îi corespunde un punct unic P. Vom spune că **punctul *P* are coordonata *m*** sau că ***m* este coordonata punctului *P*** și vom scrie $P(m)$.

Să reprezentăm pe axa numerelor și numerele naturale.



Se observă că orice număr natural n coincide cu numărul întreg $+n$ și notăm $+n = n$. Astfel, se poate scrie $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$ și $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

• **Numărul 0 nu este nici pozitiv și nici negativ**.

• **Numerele întregi negative** sunt folosite pentru a descrie: adâncimi sub nivelul mării, temperaturi exprimate în grade Celsius sub limita de îngheț, datorii.

Exemple:

a) În ziua de 2 februarie 2024, la ora 6 dimineața, temperatura a fost de –9°C (minus 9 grade Celsius).

b) În Oceanul Atlantic s-a găsit, la adâncimea de 4375 m, o epavă. Adâncimea poate fi exprimată ca fiind –4375 m, raportată la nivelul mării.

c) Pasul Predeal se află la înălțimea de 1040 m. Altitudinea Pasului Predeal, raportată la nivelul mării, poate fi exprimată ca fiind +1040 m.

d) Dacă încasările unei societăți comerciale au fost de 5 milioane lei și plățile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este de 2 milioane lei (+2 milioane lei).

e) Dacă încasările unei societăți comerciale au fost de 2 milioane lei și plățile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este negativ (–1 milion lei), adică societatea are o datorie de 1 milion de lei.

Priviți axa numerelor și observați că există puncte egal depărtate de origine. Punctele A și A', punctele B și B' sunt egal depărtate de originea axei. Dacă două numere nenule sunt coordonatele a două puncte egal depărtate de punctul O (originea axei), atunci cele două numere sunt **numere opuse**.

Editura Paralela 45

Exemple:

a) Numerele –1 și +1 corespunzătoare punctelor A' și A sunt numere opuse.

b) Numerele –3 și +3 corespunzătoare punctelor C' și C sunt numere opuse.

În general, dacă notăm cu a un număr natural nenul, atunci:

• **opusul** numărului negativ $-a$ se notează cu $-(-a)$ și este egal cu numărul pozitiv $+a$, adică $-(-a) = +a$.

• **opusul** numărului pozitiv $+a$ se notează cu $-(+a)$ și este egal cu numărul negativ $-a$, adică $-(+a) = -a$.

Reținem!

• Un **număr întreg pozitiv** se reprezintă cu ajutorul unui număr natural nenul precedat de semnul „+”; (exemple: +1, +5, +47, +2025, ...);

• Un **număr întreg negativ** se reprezintă cu ajutorul unui număr natural nenul precedat de semnul „–”; (exemple: –3, –29, –2025, ...);

• Mulțimea formată cu toate **numerele întregi pozitive** ($\mathbb{Z}_+$), toate **numerele întregi negative** ($\mathbb{Z}_-$) la care se adaugă numărul 0, se numește **mulțimea numerelor întregi** și se notează cu $\mathbb{Z}$. Deci $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+ = \{..., -n, ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ..., n, ...\}$.

• Orice număr întreg pozitiv se identifică cu un număr natural nenul, adică $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

• Orice număr natural este număr întreg, adică $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

• Două puncte situate pe o axă a numerelor, simetric față de originea axei, au coordonatele **numere întregi opuse**.

• Dacă a este un număr întreg nenul, numerele întregi a și $-a$ sunt **numere opuse**. Numărul a este opusul numărului $-a$, iar numărul $-a$ este opusul numărului a. Opusul numărului întreg 0 este el însuși, adică 0.

• Dacă a este număr pozitiv, atunci $-a$ este număr negativ, iar dacă a este număr negativ, atunci $-a$ este număr pozitiv.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

a) Orice număr natural este … .

b) Opusul unui număr întreg diferit de zero este … .

c) Axa numerelor este … .

2. Reprezentați pe axa numerelor următoarele numere întregi:

a) –5; +1; 0; –1; +2; –4;

b) –7; +4; –3; 0; +13; –2; +5;

c) –5; –3; 4; –7; 3; +5;

d) 50; –50; 30; –20; +20; 10; –10; 0.

3. Precizați care dintre numerele de mai jos sunt naturale și care sunt întregi:

a) $-17; +3; 0; \frac{4}{2}; -13; 41;$

b) –3; 0; 83; +15; + 43; –17.

4. Care dintre incluziunile următoare este corectă: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ sau $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$?

Justificați. Dați exemple.

Editura Paralela 45

15. Fie mulțimea $M = \{+5, -7, -4, 0, 2, -9, -1, +8, +3, 4\}$.
Precizați mulțimile următoare, enumerând elementele acestora:
a) $A = \{x \mid x \in M, x$ număr întreg negativ$\}$; b) $B = \{x \mid x \in M, x$ număr par$\}$;
c) $C = \{x \mid x \in M, x$ număr negativ impar$\}$; d) $D = \{x \mid x \in M, x$ număr nenul par$\}$.

16. Determinați elementele mulțimilor:
$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x \leq 2\}$; $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}^*, -2 \leq x < 4\}$.

17. Reprezentați pe axa numerelor elementele mulțimilor:
a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 4\}$;
b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x \leq -2$ și $-2 \leq x < 4\}$;
c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -7 \leq x \leq 2$ și $-4 \leq x \leq -1\}$;
d) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq -3$ și $x \notin \mathbb{N}\}$.

PE Aprofundare și performanță ***

18. a) Scrieți numerele întregi negative pare mai mari decât –11.
b) Scrieți numerele întregi negative impare cuprinse între –16 și –9.

19. Scrieți 7 numere întregi consecutive în fiecare dintre cazurile:
a) cel mai mic este –3; b) cel mai mare este +5;
c) exact patru dintre ele sunt negative.

20. Temperatura aerului la o altitudine de 2 350 m este de 7°C, iar la o altitudine de 4 350 m este de –3°C. Considerând că temperatura descrește proporțional cu creșterea altitudinii, calculați câte grade ar fi la 5 150 m altitudine.

21. Se consideră punctele A, B, C, D, E și F de coordonate: –5; +2; 1; –3; +4; –1.
a) Luând ca unitate de măsură 1 cm, reprezentați pe o axă punctele.
b) Calculați distanța dintre punctele A și E, apoi distanța dintre punctele B și D și distanța dintre punctele E și F.

22. Se consideră punctele A și B de coordonate –5 și respectiv 3.
a) Reprezentați pe o axă a numerelor cu originea în punctul O punctele A și B, apoi notați cu M mijlocul segmentului AB.
b) Calculați $OA + OB + AM + AB$.

23. Se consideră două puncte A și B pe o axă a numerelor, ale căror coordonate sunt $-x$ și x.
a) Dacă punctul O reprezintă originea axei și $AB + 5OB = 14$, calculați-l pe x.
b) Dacă $3AO + 5BO = 16$, calculați-l pe x.

PE-PP Supermate ****

24. Se consideră două puncte M și N.
a) Reprezentați pe o axă a numerelor punctele M și N, astfel încât distanța de la M la originea axei să fie de 3 u.m. și distanța de la originea axei la N să fie egală cu 5 u.m.
b) Scrieți coordonatele punctelor M și N.

25. Pe o axă a numerelor se consideră punctele A și B de coordonate –11 și respectiv 44. Se parcurge distanța dintre A și B.
a) Calculați ce procent din distanță s-a parcurs în momentul trecerii prin punctul M de coordonată 22.
b) Ce coordonată trebuie să aibă punctul M pentru ca procentul parcurs din distanță să fie de 40%?

Editura Paralela 45

PE-PP 1. Adunarea numerelor întregi. Scăderea numerelor întregi



Pe mulțimea numerelor întregi $\mathbb{Z}$ se definește o operație denumită **adunarea numerelor întregi**. Această operație se definește cu ajutorul operației de adunare a numerelor naturale astfel:

Se numește **suma a două numere întregi diferite de zero** un număr întreg care este:

- **suma modulelor** celor două numere întregi precedată de semnul „+”, dacă **cele două numere întregi sunt pozitive**;
- **suma modulelor** celor două numere întregi precedată de semnul „–”, dacă **cele două numere întregi sunt negative**;
- **diferența modulelor** celor două numere întregi precedată de semnul numărului cu modulul mai mare, dacă **cele două numere întregi au semne diferite și module diferite**;
- **numărul întreg 0**, dacă cele două numere întregi **au semne diferite și module egale**.

Se definește, de asemenea, **suma oricărui număr întreg *a* cu numărul întreg 0** și **suma numărului 0 cu orice număr întreg *a* ca fiind numărul întreg *a*.**

Operația prin care se obține suma a două numere întregi se numește **adunarea numerelor întregi**.

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definește și **operația de scădere** astfel:

Dacă a și b sunt numere întregi, se consideră: $a - b = a + (-b)$, $\boldsymbol{a - b}$ numindu-se **diferența dintre *a* și *b***.

Deci, pentru a obține **diferența dintre numărul întreg *a* și numărul întreg *b*, se efectuează suma numărului întreg *a* cu opusul numărului întreg *b***.

Reţinem!

- Pentru orice două numere întregi a și b se definește numărul unic, notat $a + b$, numit **suma numerelor** a și b.
- Operația prin care fiecărei perechi de numere a și b se asociază suma acestora se numește **adunare**, iar numerele a și b sunt **termenii adunării**.
- Dacă $a \geq 0$ și $b \geq 0$, atunci $a + b \geq 0$ și $a + b = |a| + |b|$.
- Dacă $a \leq 0$ și $b \leq 0$, atunci $a + b \leq 0$ și $a + b = -(|a| + |b|)$.
- Dacă $a > 0$, $b < 0$ și $|a| > |b|$, atunci $a + b > 0$ și $a + b = |a| - |b|$.
- Dacă $a > 0$, $b < 0$ și $|a| < |b|$, atunci $a + b = -(|b| - |a|)$.
- Semnul sumei este același cu semnul termenului care are modulul mai mare.
- Pentru oricare două numere întregi a și b se definește **diferența** $a - b$ ca fiind suma dintre numărul a și opusul numărului b.
- Semnul „–” în fața unei paranteze schimbă toate semnele numerelor din paranteză.

Editura Paralela 45

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Completați corect propozițiile:

a) Suma a două numere întregi pozitive este un număr întreg .....

b) Suma a două numere întregi negative este un număr întreg .....

c) Suma a două numere întregi ..... este un număr întreg ..... sau un număr întreg .....

d) Dacă suma a două numere întregi este pozitivă, atunci numerele au semnul ..... sau sunt de semne ..... cu modulul mai mare al numărului întreg .....

e) Dacă suma a două numere întregi este negativă, atunci numerele au semnul ..... sau sunt de semne ..... cu modulul mai mare al numărului întreg .....

2. Calculați:

a) (+5) + (+3); b) (+4) + (–2); c) (–6) + (–1); d) (–6) + 0;
e) (–10) + (–30); f) (–15) + (–5); g) (+17) + (–10); h) (+2) + (–1);
i) (+7) + (–7); j) (–7) + (+4); k) (+15) + (–10); l) (–20) + (+10).

3. Calculați:

a) (+25) + (+10) + (+10); b) (–32) + (–23) + (–15);
c) (+15) + (–13) + (–3); d) (–92) + (+32) + (+30);
e) (–101) + (–102) + (–103) + (–104); f) (–10) + (+13) + (–16) + (+19);
g) (+21) + (–22) + (–23) + (+24); h) (+12) + (–11) + (+9) + (+7).

4. Calculați:

a) –9 + |–3| + 5; b) |+3| + (–7) + |–4|; c) |3 + 5| + (–10);
d) –15 + |–7 + 12|; e) –3 + |–4 + 8| + |–3 + 5|; f) –25 + |–12 + 70 – 8|.

5. Completați tabelele:

a)

a	–17	+2	0	–2	+5	–4	+3	–5	+11	–13	+6
a + (–5)											

b)

+	+1	+3	–4	+5	0	+7	–3	+8	–11	+2	–6
+1											
–4											
0											
–3											

6. Efectuați:

a) –31 – 0; b) 0 – (–37); c) 19 – 0; d) 0 – (+25);
e) 6 – (–6); f) –6 – (+6); g) –6 – (–6); h) 6 – (+6);
i) 18 – (+5); j) –50 – (+17); k) –200 – (–125); l) –104 – (+56).

7. Care număr întreg este egal cu opusul său?

8. Completați propozițiile:

a) „Dacă a și b sunt numere întregi și …, atunci $a - c = b - c$.” Dați 3 exemple.

b) „Dacă $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ și $a = b$, $c = d$, atunci … .” Dați 3 exemple.

9. Scădeți 23 din ambii membri ai egalității: 43 = 60 – 17.

Editura Paralela 45

PE-PP 3. Recapitulare şi sistematizare prin teste

• *Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.*

TESTUL 1

I. **Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.** **(1,5 puncte)**

(0,5p) **1.** Calculând suma numerelor întregi –19 și +15 obțineți numărul întreg .....

(0,5p) **2.** Dacă adunați un număr întreg cu zero obțineți .....

(0,5p) **3.** Următorii trei termeni ai șirului –11, –6, –1, 4 sunt .....

II. **Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.** **(1,5 puncte)**

Dacă $a = +7$, $b = +11$, $c = -17$ și $d = -3$, atunci numărul întreg

(0,5p) **1.** $a + b + c + d$ este egal cu:

A. –3; B. –2; C. 2; D. 1.

(0,5p) **2.** $a - b + c - d$ este egal cu:

A. –24; B. 10; C. –18; D. –17.

(0,5p) **3.** $-a - b + |c + d|$ este egal cu:

A. +2; B. –2; C. –4; D. –32.

III. **Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.** **(1,5 puncte)**

(0,5p) **1.** Suma a două numere întregi negative este un număr pozitiv. ☐

(0,5p) **2.** Numărul întreg –3 poate fi scris ca o diferență de două numere întregi pozitive. ☐

(0,5p) **3.** Suma a două numere întregi de semne diferite și module egale este egală cu zero. ☐

IV. **Uniți, prin săgeți, fiecare enunț aflat în coloana din stânga cu răspunsul corespunzător aflat în coloana din dreapta.** **(1,5 puncte)**

	A	B
(0,5p) **1.**	$+83 - (-17) - \|-47 - 3\| = ...$	**a)** 18;
(0,5p) **2.**	$-(-29) - \|-9\| + (-13 - 7) = ...$	**b)** 30;
(0,5p) **3.**	$(+74) + (-24) - \|-15 + 22\| + (-13) = ...$	**c)** 0;
		d) 50.

V. **Scrieți rezolvările complete.** **(3 puncte)**

(1,5p) **1.** a) Scrieți cel mai mare număr întreg mai mic decât –2024.

b) Scrieți cel mai mic număr întreg mai mare decât –2025.

c) Calculați valoarea absolută a numărului

$$a = 5 - [17 - (-2 + 5) + (-7 + 15)] - (+11 - 4).$$

(1,5p) **2.** Calculați sumele:

a) $S_1 = (+1) + (-2) + (+3) + (-4) + (+5) + \ldots + (+99) + (-100)$;

b) $S_2 = (-1) + (-2) + (-3) + (-4) + ... + (-99) + (-100)$;

c) $S_3 = (-2) + (-4) + (-6) + (-8) + ... + (-98) + (-100)$.

Editura Paralela 45

PE-PP 1. Înmulţirea numerelor întregi. Proprietăţi



Produsul a două numere întregi *a* și *b* este **un număr întreg notat cu *a* · *b*** obținut astfel:

a) dacă $a = 0$ sau $b = 0$, atunci $\boldsymbol{a \cdot b = 0}$;

b) dacă $a > 0$ și $b > 0$ sau $a < 0$ și $b < 0$, atunci $\boldsymbol{a \cdot b = |a| \cdot |b|}$;

c) dacă $a > 0$ și $b < 0$ sau $a < 0$ și $b > 0$, atunci $\boldsymbol{a \cdot b = -|a| \cdot |b|}$.

Numerele *a* și *b* se numesc **factorii produsului**.

Exemple:

a) $0 \cdot (-2) = 0$; $(-7) \cdot 0 = 0$; $(+5) \cdot 0 = 0$; $0 \cdot (+3) = 0$;

b) $(+2) \cdot (+5) = |+2| \cdot |+5| = 2 \cdot 5 = 10$; $(-2) \cdot (-5) = |-2| \cdot |-5| = 2 \cdot 5 = 10$;

c) $(+2) \cdot (-5) = -|+2| \cdot |-5| = -2 \cdot 5 = -10$; $(-2) \cdot (+5) = -|-2| \cdot |+5| = -2 \cdot 5 = -10$.

Din definiția produsului a două numere întregi rezultă următoarele **reguli de calcul**:

1. Oricare ar fi numărul întreg *a*, avem: $\boldsymbol{a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0}$.

2. Oricare ar fi numărul întreg *a*, avem: $\boldsymbol{a \cdot (-1) = (-1) \cdot a = -a}$.

3. (Regula semnelor) Oricare ar fi numerele întregi *a* și *b*, avem:

$$\boldsymbol{(-a) \cdot b = a \cdot (-b) = -a \cdot b;\ (-a) \cdot (-b) = a \cdot b.}$$

Reţinem!

- Operația prin care se obține produsul a două numere întregi se numește **înmulțire**.
- Înmulțirea numerelor întregi are următoarele proprietăți:

– este **comutativă**, adică oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$ avem: $\boldsymbol{a \cdot b = b \cdot a}$;

– este **asociativă**, adică oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$ avem: $\boldsymbol{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}$;

– este **distributivă** față de adunare și scădere, adică oricare ar fi a, b și $c \in \mathbb{Z}$ avem:

$$\boldsymbol{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c;\ a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c;}$$

– numărul întreg 1 este **element neutru** la înmulțirea numerelor întregi, adică oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$ avem: $\boldsymbol{1 \cdot a = a \cdot 1 = a}$.

Observaţii:

Utile în aplicații sunt următoarele **proprietăți**:

- Oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$, **dacă $\boldsymbol{a = b}$, atunci $\boldsymbol{a \cdot c = b \cdot c}$.**
- Oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$, **dacă $\boldsymbol{c \neq 0}$ și $\boldsymbol{a \cdot c = b \cdot c}$, atunci $\boldsymbol{a = b}$.**
- Oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$, **dacă $\boldsymbol{a = b}$ și $\boldsymbol{c = d}$, atunci $\boldsymbol{a \cdot c = b \cdot d}$.**
- **Dacă într-un produs de numere întregi numărul factorilor negativi este impar**, atunci **produsul este negativ**, iar **dacă numărul factorilor negativi este par**, atunci **produsul este pozitiv**.
- Regula de folosire a parantezelor la numere întregi este aceeași ca cea de la numere naturale.

Editura Paralela 45

• La fel ca în mulțimea numerelor naturale, în mulțimea numerelor întregi, **înmulțirea este operație de ordinul al doilea**.

• Într-un șir de operații cu numere întregi, operațiile de ordinul al doilea se efectuează înaintea operațiilor de ordinul întâi.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Completați corect propozițiile.

a) Produsul a două numere întregi pozitive este un număr întreg … .

b) Produsul a două numere întregi negative este un număr întreg … .

c) Produsul a două numere întregi de semne contrare este un număr întreg … .

2. Completați tabelul următor:

a	–15	43	104	23	–196	–34	0	–2011
b	–8	–50	–70	105	0	–86	–2010	–1
a · b								

3. Efectuați:

a) (–2) · (–5); b) (–7) · (+3); c) 18 · (–1);

d) 9 · (+3); e) –11 · (+4); f) –73 · (0);

g) –41 · (+2); h) –10 · (213); i) –4 · (–102);

j) –33 · (+10); k) 18 · (–5); l) 0 · (–19).

4. Completați tabelul:

·	–2	+5	0	–4	+3	–10	+11	–6	+10	–5
–3										
0										
+4										

5. Completați propozițiile:

a) Produsul a două numere întregi … este un număr întreg pozitiv.

b) Produsul a două numere întregi … este un număr întreg negativ.

c) Produsul dintre un număr întreg și zero este … .

d) Produsul a două numere întregi este zero, dacă cel puțin … .

6. Efectuați operațiile din tabel și puneți rezultatul în linia $\mathbb{N}$ sau $\mathbb{Z}$, după cum rezultatul este număr natural sau întreg:

Operația	14 · (–5)	28 · (+9)	(–2) · 31	(–131) · 10	0 · (–97)	(–13) · (–1)	(–7) · (+1)	203 · (–1)
$\mathbb{N}$								
$\mathbb{Z}$								

7. Produsul a trei numere întregi este un număr negativ. Câți factori pot fi negativi?

8. Calculați în două moduri:

a) 3 · (5 – 7); b) –3 · (–4 + 9);

c) (–5) · 6 + (–5) · 10; d) (–6) · [8 – (–3)];

e) (+2) · (–4 + 6); f) (–2) · (+3 – 8);

g) (–7) · (–1) + (–7) · (–5); h) (–8) · [(–6) + (–4)].

Editura Paralela 45

PE-PP 1. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Reguli de calcul cu puteri

Dacă a este un număr întreg şi n este un număr natural, $n \geq 2$, atunci **puterea n a lui a** este: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}}$, a se numeşte **bază**, iar n se numeşte **exponent**.

Prin definiţie, $a^1 = a$, iar dacă a este diferit de zero, atunci $a^0 = 1$.
Nu se defineşte 0^0, se mai spune că **0^0 nu are sens**.

PROPRIETĂŢI:

1. Dacă baza este un număr pozitiv, puterea este un număr pozitiv oricare ar fi exponentul.

2. Dacă baza este un număr negativ şi exponentul este număr par, atunci puterea este un număr pozitiv.

3. Dacă baza este un număr negativ şi exponentul este număr impar, atunci puterea este un număr negativ.

$$(+a)^n = +a^n = a^n \quad \text{şi} \quad (-a)^n = \begin{cases} a^n, \text{ pentru } n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ -a^n, \text{ pentru } n = 2k+1, k \in \mathbb{N} \end{cases}.$$

Exemple:

$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$; $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$;
$-2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$; $(+5)^3 = (+5) \cdot (+5) \cdot (+5) = 125$; $(+11)^2 = 121$.

Reţinem!

Dacă a şi b sunt două numere întregi, m şi n sunt două numere naturale, iar operaţiile care trebuie efectuate sunt definite (au sens), atunci avem:

1. Produsul a două puteri care au aceeaşi bază: $\boldsymbol{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$.
2. Câtul a două puteri care au aceeaşi bază: $\boldsymbol{a^m : a^n = a^{m-n}}$.
3. Puterea unei puteri: $\boldsymbol{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$.
4. Puterea unui produs: $\boldsymbol{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$.
5. Puterea unui cât: $\boldsymbol{(a : b)^m = a^m : b^m}$.

Exemple pentru aplicarea regulilor de calcul cu puteri:

1. $(-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$;
$31^9 \cdot 31 = 31^{9+1} = 31^{10}$;
$17^5 \cdot 17^{11} = 17^{5+11} = 17^{16}$;
$(-4)^6 \cdot (-4)^3 \cdot (-4) = (-4)^{6+3+1} = (-4)^{10}$.

2. $11^5 : 11^3 = 11^{5-3} = 11^2$;
$(-6)^8 : (-6)^4 = (-6)^{8-4} = (-6)^4$.

3. $(5^7)^2 = 5^{7 \cdot 2} = 5^{14}$;
$[(-13)^{11}]^3 = (-13)^{11 \cdot 3} = (-13)^{33}$;
$(+9)^4 = [(+3)^2]^4 = (+3)^{2 \cdot 4} = (+3)^8$;
$(-4)^3 = (-2^2)^3 = -2^{2 \cdot 3} = -2^6$.

Editura Paralela 45

4. $[(-3)\cdot(-2)]^5 = (-3)^5\cdot(-2)^5$; $[(+2)\cdot(-5)]^3 = (+2)^3\cdot(-5)^3$;
$[(-3)\cdot(+5)]^3 = (-3)^3\cdot(+5)^3$; $[(+2)\cdot(+3)]^3 = (+2)^3\cdot(+3)^3$.

5. $[(-6):(-3)]^3 = (-6)^3:(-3)^3$; $[(-2):(+1)]^7 = (-2)^7:(+1)^7$;
$[(+10):(-5)]^2 = (+10)^2:(-5)^2$; $[(+6):(+2)]^3 = (+6)^3:(+2)^3$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Efectuați:

a) 1^5; b) $(-1)^5$; c) $(-1)^6$; d) -1^6; e) $(+1)^6$;
f) $+1^6$; g) $(-1)^{100}$; h) $(-1)^{33}$; i) 1^{13}; j) $(+1)^{33}$;
k) -1^7; l) $(-1)^7$; m) $(-1)^{103}$; n) $(-1)^{88}$; o) $(+1)^{12}$.

2. Completați tabelul:

n	n^0	n^1	n^2	n^3	n^4	n^5
1						
–1						
+3						
–3						

3. Calculați:

a) $(-2)^4$ și -2^4; b) $(-1)^3$ și -1^3; c) $(-7)^2$ și -7^2;
d) $(-12)^2$ și -12^2; e) $(-6)^0$ și -6^0; f) $(+3)^3$ și $+3^3$.

4. Efectuați:

a) 0^4; b) $(-15)^1$; c) $(+3)^1$; d) 0^2; e) 0^{18};
f) $(-7)^1$; g) $(+13)^1$; h) 0^{11}; i) $(-3)^0$; j) $(-5)^1$;
k) $(+6)^0$; l) 0^{33}; m) 33^0; n) 1^{33}; o) 33^1;
p) $(-33)^1$; r) $(-33)^0$; s) $(-1)^{11}$.

5. Efectuați:

a) 2^3; b) $(-2)^3$; c) $(-2)^1$; d) 2^0; e) $(-2)^0$;
f) $+2^1$; g) 3^2; h) $(-3)^2$; i) -3^2, și apoi adunați rezultatele găsite.

6. a) Determinați numerele întregi a căror putere a doua este 4.
b) Determinați numerele întregi a căror putere a treia este –4.
c) Determinați numerele întregi a căror putere a treia este –8.
d) Determinați numerele întregi care la puterea n dau 1.
e) Determinați numerele întregi care la puterea n dau –1.

7. Completați căsuțele astfel încât egalitățile să fie adevărate:

a) $(\square)^2 = +16$; b) $(\square)^3 = -27$; c) $(\square)^3 = 125$;
d) $(\square)^1 = -7$; e) $(\square)^0 = 1$; f) $(\square)^4 = +81$.

8. Fie $a \in \mathbb{Z}^*$, m, n numere naturale. Înlocuiți spațiile punctate astfel încât următoarele propoziții să fie adevărate:

a) $a^0 = \ldots$; b) $a^1 = \ldots$; c) $a^m \cdot a^n = \ldots$; d) $a^{m+n} = \ldots$;
e) $a^m : a^n = \ldots$; f) $a^{m-n} = \ldots$; g) $(a^m)^n = \ldots$; h) $a^{m\cdot n} = \ldots$.

Editura Paralela 45

PE-PP **Supermate ******

40. Se consideră expresia $E(n) = (-1)^n \cdot 2n + (-1)^{n+1} \cdot 3n$, $n \in \mathbb{N}$. Calculați suma:

$$E(1) + E(2) + E(3) + \ldots + E(2018).$$

41. Aflați numerele întregi a și b, știind că:

$$a \cdot (1-b) \cdot (-1)^{k(k+1)} - (b-a) \cdot (-1)^k - a \cdot (-1)^{k+1} + 1 = 0, \forall\, k \in \mathbb{N}.$$

Etapa județeană, Galați

42. a) Dați exemple de numere naturale $n_1, n_2, \ldots, n_7$ astfel încât:

$$(-1)^{n_1} \cdot 1 + (-1)^{n_2} \cdot 2 + \ldots + (-1)^{n_7} \cdot 7 = 0.$$

b) Arătați că $(-1)^{n_1} \cdot 1 + (-1)^{n_2} \cdot 2 + \ldots + (-1)^{n_6} \cdot 6 \neq 0$, pentru orice numere $n_1, n_2, \ldots, n_6 \in \mathbb{N}$.

c) Dați exemple de numere naturale $n_1, n_2, \ldots, n_{2007}$ astfel încât:

$$(-1)^{n_1} \cdot 1 + (-1)^{n_2} \cdot 2 + \ldots + (-1)^{n_{2007}} \cdot 2007 = 0.$$

Etapa județeană, Brașov

PE-PP 2. Ordinea efectuării operaţiilor şi folosirea parantezelor

1. Într-un șir de operații cu numere întregi se efectuează mai întâi ridicările la putere, apoi înmulțirile și împărțirile, în ordinea în care apar, și după aceea adunările și scăderile în ordinea în care apar.

2. În exercițiile de calcul cu paranteze se efectuează mai întâi calculele dintre parantezele mici (rotunde), apoi calculele dintre cele mari (pătrate) și după aceea cele dintre acolade.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE **Înțelegere ***

1. Calculați:

a) $-3 \cdot [1 - 3 \cdot (-3 + 2 \cdot 5)]$;
b) $-5 \cdot [-1 + 2 \cdot (-7 + 3 \cdot 5) + 6]$;
c) $-1 \cdot [-8 \cdot (-3 + 2 \cdot 4) + 6] - 11$;
d) $-2 \cdot [-5 - 1 \cdot (-3 + 2 \cdot 1)] - 7 \cdot (-1)$.

2. Efectuați:

a) $(-7)^1$; b) $(-7)^1 + (-7)^0$; c) $-7^0 + (-7)^0$;
d) 1003^0; e) $4 + (-1)^1$; f) $(-129)^1 - (-5)^3$;
g) $-29^0 + (-103)^0$; h) $-2^2 + (+1)^5$; i) $7 : 23^0$; j) $(-2)^3 + (+3)^2$;
k) $-6^2 + (-5)^2$; l) $(-7)^{2021} : (-7)^{2019}$; m) $[(-10)^4]^5 : (-10)^{18} - 3^4$;
n) $11^5 \cdot 11^{103} - (+11)^{108}$; o) $[(-3)^4]^{60} : (-3)^{238} + 10^2$;
p) $79^{43} : 79^{34} - 7799^0 \cdot (79^3)^3$; r) $-13^0 + 13^1 + (-13)^1 + 1^0 + 2019^0$.

3. Calculați:

a) $(100 - 75) - [20 + (15 - 70) - (88 - 18 + 40)]$;
b) $100 - \{30 + [(88 - 54) - (400 - 380)] + 60\}$;
c) $22 - \{22 - [22 - (40 - 22) + (88 - 22) - (88 - 40)]\}$;
d) $400 - \{[23 - (123 - 100)] - [59 + (-259 + 100)] + 10\}$;

Editura Paralela 45

Unitatea: Ecuaţii, inecuaţii, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuaţiilor sau inecuaţiilor în mulţimea numerelor întregi

PE-PP 1. Ecuaţii în mulţimea numerelor întregi



Fie a și b două numere întregi. Se formulează următoarea **problemă**:
Determinați numerele întregi x pentru care $ax + b = 0$.

De obicei, această problemă se formulează mai scurt astfel:
Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuația: $ax + b = 0$, unde a și $b \in \mathbb{Z}$, $a \neq 0$.

Un număr întreg x_0, pentru care $ax_0 + b = 0$, se numește **soluție** a ecuației.
A rezolva ecuația înseamnă **a găsi mulțimea soluțiilor ei** care se notează cu S.
Două ecuații se numesc **ecuații echivalente** dacă **au aceeași mulțime de soluții**.

1. Rezolvarea în $\mathbb{Z}$ a ecuației $ax + b = 0$ ($a \in \mathbb{Z}^*$, $b \in \mathbb{Z}$)

- adunăm în ambii membri ai ecuației numărul $-b$ și obținem ecuația echivalentă:
$$ax + b - b = -b, \text{ adică } ax = -b.$$
Se spune că **am separat termenul cunoscut b de termenul necunoscut ax**, prin trecerea termenului cunoscut b în partea dreaptă a egalității cu semn schimbat.
- împărțim ambii membri ai ecuației $ax = -b$ cu $a \neq 0$;
  – dacă $(-b) : a$ este numărul întreg k, atunci ecuația are soluții în mulțimea numerelor întregi și $S = \{k\}$.
  – dacă $(-b) : a$ nu este număr întreg, atunci ecuația nu are soluții în mulțimea numerelor întregi, deci $S = \varnothing$.

2. Rezolvarea în $\mathbb{Z}$ a ecuației $ax + b = c$ ($a \in \mathbb{Z}^*$, $b, c \in \mathbb{Z}$)

- adunăm în ambii membri ai ecuației numărul $-b$ și obținem ecuația echivalentă:
$$ax + b - b = c - b, \text{ adică } ax = c - b;$$
- împărțim ambii membri ai ecuației cu $a \neq 0$ și obținem: $x = \dfrac{c-b}{a}$;

– dacă $\dfrac{c-b}{a} = k$ și k este număr întreg, ecuația are soluții în mulțimea numerelor întregi și $S = \{k\}$;

– dacă $\dfrac{c-b}{a}$ nu este număr întreg, atunci ecuația nu are soluții în mulțimea numerelor întregi, deci $S = \varnothing$.

PE Exerciţii rezolvate:

Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuațiile:

1. a) $3x + 9 = 0 \mid + (-9) \Leftrightarrow 3x = -9 \mid : (3) \Leftrightarrow x = -3$ și $-3 \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow S = \{-3\}$;

b) $-7x + 3 = 0 \mid + (-3) \Leftrightarrow -7x = -3 \mid : (-7) \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{7}$ și $\dfrac{3}{7} \notin \mathbb{Z} \Leftrightarrow S = \varnothing$.

Editura Paralela 45